

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Московской области

Администрация городского округа Долгопрудный

МАОУ школа №1

УТВЕРЖДЕНО

Директор школы



Маровакина Т.А.
от «14» августа 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного предмета «Математика. Углубленный уровень»

для обучающихся 11 класса

г.о. Долгопрудный 2023

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словесности и других дисциплин. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» выделены следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения на уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и другие. По мере того как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование

различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые обучающимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел, особые свойства рациональных и иррациональных чисел, арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира, широко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате обучающиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символическими формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о

выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления обучающихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса «Алгебра и начала математического анализа».

На изучение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» в 11 классе – 99 часов (3 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

11 КЛАСС

Числа и вычисления

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, наибольший общий делитель (далее – НОД) и наименьшее общее кратное (далее – НОК), остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни n -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

Уравнения и неравенства

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

Функции и графики

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Начала математического анализа

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида;

свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов; осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения;

свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств;

свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики:

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа:

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;

находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке;

использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;

свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона-Лейбница;

находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;

иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
11 КЛАСС**

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Показательная и Логарифмическая функции	39	3		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
2	Интеграл и его применение	14	1		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
3	Повторение. О появлении посторонних корней и потере решения уравнений. Основные методы решения уравнений и неравенств	13	1		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
4	Повторение и систематизация учебного материала за курс алгебры и начал математического анализа	33	3		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		99	8	0	

**ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
11 КЛАСС**

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1.	Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция.	1			01.09-08.09	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
2.	Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция.	1				
3.	Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция.	1				
4.	Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция.	1			11.09-15.09	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
5.	Показательные уравнения	1				
6.	Показательные уравнения	1				
7.	Показательные уравнения	1			18.09-22.09	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
8.	Показательные уравнения	1				
9.	Входная контрольная работа	1	1			
10.	Показательные неравенства	1			25.09-29.09	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
11.	Показательные неравенства	1				
12.	Показательные неравенства	1				
13.	Показательные неравенства	1			02.10-06.10	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
14.	Показательные уравнения и неравенства	1				
15.	Контрольная работа «Показательная функция»	1	1			

16.	Логарифм и его свойства	1			16.10-20.10	https://resh.edu.ru
17.	Логарифм и его свойства	1				www.school-collection.edu.ru
18.	Логарифм и его свойства	1				http://mathnet.spb.ru
19.	Логарифм и его свойства	1			23.10-27.10	https://resh.edu.ru
20.	Логарифм и его свойства	1				www.school-collection.edu.ru
21.	Логарифмическая функция и её свойства	1				http://mathnet.spb.ru
22.	Логарифмическая функция и её свойства	1			30.10-03.11	https://resh.edu.ru
23.	Логарифмическая функция и её свойства	1				www.school-collection.edu.ru
24.	Логарифмические уравнения	1				http://mathnet.spb.ru
25.	Логарифмические уравнения	1			06.11-10.11	https://resh.edu.ru
26.	Логарифмические уравнения	1				www.school-collection.edu.ru
27.	Логарифмические уравнения	1				http://mathnet.spb.ru
28.	Логарифмические уравнения	1			13.11-17.11	https://resh.edu.ru
29.	Логарифмические неравенства	1				www.school-collection.edu.ru
30.	Логарифмические неравенства	1				http://mathnet.spb.ru
31.	Логарифмические неравенства	1			27.11-01.12	https://resh.edu.ru
32.	Логарифмические неравенства	1				www.school-collection.edu.ru
33.	Логарифмические неравенства	1				http://mathnet.spb.ru
34.	Логарифмические неравенства	1			04.12-08.12	https://resh.edu.ru
35.	Производные показательной и логарифмических функций	1				www.school-collection.edu.ru
36.	Производные показательной и логарифмических функций	1				http://mathnet.spb.ru
37.	Производные показательной и логарифмических функций	1			11.12-15.12	https://resh.edu.ru
38.	Производные показательной и логарифмических функций	1				www.school-collection.edu.ru
39.	Контрольная работа «Логарифмическая функция»	1	1			http://mathnet.spb.ru

40.	Первообразная	1			17.12-22.12	https://resh.edu.ru
41.	Первообразная	1				www.school-collection.edu.ru
42.	Первообразная	1				http://mathnet.spb.ru
43.	Правила нахождения первообразных	1			25.12-29.12	https://resh.edu.ru
44.	Правила нахождения первообразных	1				www.school-collection.edu.ru
45.	Правила нахождения первообразных	1				http://mathnet.spb.ru
46.	Правила нахождения первообразных	1			09.01-12.01	https://resh.edu.ru
47.	Правила нахождения первообразных	1				www.school-collection.edu.ru
48.	Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл	1				http://mathnet.spb.ru
49.	Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл	1			15.01-19.01	https://resh.edu.ru
50.	Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл	1				www.school-collection.edu.ru
51.	Вычисление объемов тел	1				http://mathnet.spb.ru
52.	Вычисление объемов тел	1			22.01-26.01	https://resh.edu.ru
53.	Контрольная работа: "Интеграл и его применение"	1	1			www.school-collection.edu.ru
54.	Повторение. О появлении посторонних корней и потере решений уравнений	1				http://mathnet.spb.ru
55.	Повторение. О появлении посторонних корней и потере решений уравнений	1			29.01-02.02	https://resh.edu.ru
56.	Повторение. О появлении посторонних корней и потере решений уравнений	1				www.school-collection.edu.ru
57.	Повторение. Основные методы решения уравнений	1				http://mathnet.spb.ru
58.	Повторение. Основные методы решения уравнений	1			05.02-09.02	https://resh.edu.ru
59.	Повторение. Основные методы решения уравнений	1				www.school-collection.edu.ru
60.	Повторение. Основные методы решения уравнений	1				http://mathnet.spb.ru
61.	Повторение. Основные методы решения неравенств	1			12.02-16.02	https://resh.edu.ru
						www.school-collection.edu.ru

62.	Повторение. Основные методы решения неравенств	1				http://mathnet.spb.ru
63.	Повторение. Основные методы решения неравенств	1				
64.	Повторение. Основные методы решения неравенств	1			26.02-01.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
65.	Контрольная работа «Основные методы решения уравнений и неравенств»	1	1			
66.	Повторение. Система и совокупность уравнений. Равносильные системы и системы-следствия	1				https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
67.	Повторение. Система и совокупность уравнений. Равносильные системы и системы-следствия	1			04.03-08.03	
68.	Повторение. Основные методы решения систем и совокупностей рациональных уравнений	1				https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
69.	Повторение. Основные методы решения систем и совокупностей иррациональных уравнений	1				
70.	Повторение. Основные методы решения систем и совокупностей показательных уравнений	1			11.03-15.03	
71.	Повторение. Основные методы решения систем и совокупностей показательных уравнений	1				https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
72.	Повторение. Основные методы решения систем и совокупностей логарифмических уравнений	1				
73.	Повторение. Основные методы решения систем и совокупностей логарифмических уравнений	1			18.03-22.03	
74.	Повторение. Применение систем к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов	1				https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
75.	Повторение. Применение систем к решению математических задач и задач из различных	1				

	областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов					
76.	Повторение. Применение неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов	1			25.03-29.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
77.	Контрольная работа: "Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений"	1	1			
78.	Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью уравнений с параметрами	1				https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
79.	Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью систем уравнений с параметрами	1			01.04-05.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
80.	Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью систем уравнений с параметрами	1				
81.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Уравнения"	1				
82.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Уравнения"	1			15.04-19.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
83.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Уравнения. Системы уравнений"	1				
84.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Неравенства"	1				
85.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Неравенства"	1			22.04-28.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
86.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Неравенства"	1				
87.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Производная и её применение"	1				

88.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Производная и её применение"	1			29.04-03.05	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru http://mathnet.spb.ru
89.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Производная и её применение"	1				
90.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Интеграл и его применение"	1				
91.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Интеграл и его применение"	1			06.05-10.05	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru http://mathnet.spb.ru
92.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Функции"	1				
93.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Функции"	1				
94.	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Функции"	1			13.05-17.05	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru http://mathnet.spb.ru
95.	Итоговая контрольная работа	1	1			
96.	Итоговая контрольная работа	1	1			
97.	Повторение, обобщение, систематизация знаний	1			20.05-24.05	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru http://mathnet.spb.ru
98.	Повторение, обобщение, систематизация знаний	1				
99.	Повторение, обобщение, систематизация знаний	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		99	6	0		

Учебный курс «Геометрия»

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественно-научной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне – развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;

формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира, знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» учебного курса геометрии;

формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами, знание теорем, формул и умение их применять, умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения, конструировать геометрические модели;

формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий, формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;

формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения, умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием, формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

Основными содержательными линиями учебного курса «Геометрия» в 10–11 классах являются: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве», «Движения в пространстве».

Сформулированное во ФГОС СОО требование «уметь оперировать понятиями», релевантными геометрии на углублённом уровне обучения в 10–11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Федеральной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем

основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет:

создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ, обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»;

подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.

На изучение учебного курса «Геометрия» отводится в 11 классе – 66 часов (2 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ 11 КЛАСС

Тела вращения

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Векторы и координаты в пространстве

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

Движения в пространстве

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданское воспитание:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотическое воспитание:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственное воспитание:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетическое воспитание:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физическое воспитание:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудовое воспитание:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологическое воспитание:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **11 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;
- оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;
- распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;
- классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;
- вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
- вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;
- изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- свободно оперировать понятием вектор в пространстве;
- выполнять операции над векторами;

- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;
- свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;
- выполнять изображения многогранников и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;
- строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара;
- использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;
- доказывать геометрические утверждения;
- применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;
- применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
11 КЛАСС**

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Координаты и векторы в пространстве	16	1		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
2	Тела вращения	26	2		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
3	Объёмы тел. Площадь сферы	16	2		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
4	Повторение и систематизация учебного материала	8	0		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		66	5	0	

**ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
11 КЛАСС**

№ п/ п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1.	Декартовы координаты точки в пространстве	1			01.09-08.09	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
2.	Декартовы координаты точки в пространстве	1				
3.	Векторы в пространстве	1			11.09-15.09	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
4.	Векторы в пространстве	1				
5.	Сложение и вычитание векторов	1			18.09-22.09	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
6.	Сложение и вычитание векторов	1				
7.	Умножение вектора на число. Гомотетия	1			25.09-29.09	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
8.	Умножение вектора на число. Гомотетия	1				
9.	Умножение вектора на число. Гомотетия	1			02.10-06.10	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
10.	Скалярное произведение векторов	1				
11.	Скалярное произведение векторов	1			16.10-20.10	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
12.	Скалярное произведение векторов	1				
13.	Геометрическое место точек в пространства. Уравнение плоскости	1			23.10-27.10	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
14.	Геометрическое место точек в пространства. Уравнение плоскости	1				
15.	Геометрическое место точек в пространства. Уравнение плоскости	1			30.10-03.11	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru www.school-collection.edu.ru
16.	Контрольная работа «Координаты и векторы в пространстве»	1	1			

17.	Цилиндр	1			06.11-10.11	https://resh.edu.ru
18.	Цилиндр	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
19.	Цилиндр	1			13.11-17.11	https://resh.edu.ru
20.	Комбинация цилиндра и призмы	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
21.	Комбинация цилиндра и призмы	1			27.11-01.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
22.	Конус	1				http://mathnet.spb.ru
23.	Конус	1			04.12— 08.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
24.	Усеченный конус	1				http://mathnet.spb.ru
25.	Усеченный конус	1			12.12-15.12	https://resh.edu.ru
26.	Комбинация конуса и пирамиды	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
27.	Комбинация конуса и пирамиды	1			16.12-22.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
28.	Контрольная работа «Тела вращения»	1	1			
29.	Сфера и шар. Уравнение сферы	1			25.12-29.12	https://resh.edu.ru
30.	Сфера и шар. Уравнение сферы	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
31.	Взаимное расположение сферы и плоскости	1			09.01-12.01	https://resh.edu.ru
32.	Взаимное расположение сферы и плоскости	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
33.	Взаимное расположение сферы и плоскости	1			18.01-19.01	https://resh.edu.ru
34.	Многогранники, вписанные в сферу	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
35.	Многогранники, вписанные в сферу	1			22.01-26.01	https://resh.edu.ru
36.	Многогранники, вписанные в сферу	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
37.	Многогранники, описанные около сферы	1			29.01-02.02	https://resh.edu.ru
38.	Многогранники, описанные около сферы	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
39.	Многогранники, описанные около сферы	1			05.02-09.02	https://resh.edu.ru
40.	Комбинации цилиндра и сферы, конуса и сферы	1				www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
41.	Комбинации цилиндра и сферы, конуса и сферы	1			12.02-16.02	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru

42.	Контрольная работа «Тела вращения»	1	1			http://mathnet.spb.ru
43.	Объём тела. Формулы для вычисления объёма призмы	1			26.02-01.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
44.	Объём тела. Формулы для вычисления объёма призмы	1				
45.	Объём тела. Формулы для вычисления объёма призмы	1			04.03-08.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
46.	Формулы вычисления объёмов пирамиды и усечённой пирамиды	1				
47.	Формулы вычисления объёмов пирамиды и усечённой пирамиды	1			11.03-15.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
48.	Формулы вычисления объёмов пирамиды и усечённой пирамиды	1				
49.	Формулы вычисления объёмов пирамиды и усечённой пирамиды	1			18.03-22.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
50.	Формулы вычисления объёмов пирамиды и усечённой пирамиды	1				
51.	Контрольная работа «Объём пирамиды»	1	1		25.03-29.03	
52.	Объём тел вращения	1				https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
53.	Объём тел вращения	1			01.04-05.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
54.	Объём тел вращения	1				
55.	Площадь сферы	1			15.04-19.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
56.	Площадь сферы	1				
57.	Контрольная работа «Объёмы тел вращения и площадь сферы»	1	1		22.04-28.04	
58.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1				https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
59.	Обобщающее повторение 11 понятий и	1			29.04-03.05	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru

	методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:					http://mathnet.spb.ru
60.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1				
61.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1			06.05-10.05	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru http://mathnet.spb.ru
62.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1				
63.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1			13.05-17.05	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru http://mathnet.spb.ru
64.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1				
65.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1			20.05-24.05	https://resh.edu.ru http://mathnet.spb.ru http://mathnet.spb.ru
66.	Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний:	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		66	5	0		

Учебный курс «Вероятность и статистика»

Рабочая программа учебного курса «Вероятность и статистика» базового уровня для обучающихся 10 –11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Учебный курс «Вероятность и статистика» базового уровня является продолжением и развитием одноимённого учебного курса базового уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на базовом уровне выделены следующие основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности», «Случайные величины и закон больших чисел».

Важную часть курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальным распределениями.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин, а также эта линия необходима как база для изучения закона больших чисел – фундаментального закона, действующего в природе и обществе и имеющего математическую формализацию. Сам закон больших чисел предлагается в ознакомительной форме с минимальным использованием математического формализма.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям, при этом предполагается ознакомительное изучение материала без доказательств применяемых фактов.

МЕСТО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

На изучение курса «Вероятность и статистика» в 11 классе отводится 1 час в неделю в течение года обучения, всего 33 учебных часа.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

11 КЛАСС

Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в

задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений.

Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований.

Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственного воспитания:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических

знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными *познавательными* действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.

1) *Универсальные познавательные действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;

- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;

- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;

- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм.

Оперировать понятием математического ожидания; приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению.

Иметь представление о законе больших чисел.

Иметь представление о нормальном распределении.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
11 КЛАСС**

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Представление данных и описательная статистика	2			https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
2	Случайные опыты и случайные события, опыты с равновероятными элементарными исходами Операции над событиями, сложение вероятностей	5		1	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
3	Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и независимость событий	3			https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
4	Элементы комбинаторики Серии последовательных испытаний Случайные величины и распределения	7		1	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
5	Математическое ожидание случайной величины Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины	4		1	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
6	Закон больших чисел Непрерывные случайные величины (распределения) Нормальное распределения	5		2	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
7	Повторение, обобщение и систематизация знаний	8	1		https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	5	

11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контроль ые работы	Практичес кие работы		
1.	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм	1			04.09-8.09.	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
2.	Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	1			11.09-15.09	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
3.	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)	1			18.09-22.09	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
4.	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями	1			25.09-29.09	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
5.	Вероятность случайного события. Практическая работа	1		1	02.10-6.10	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
6.	Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера	1			16.10-20.10	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
7.	Формула сложения вероятностей	1			23.10-27.10	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru

8.	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента	1			30.10-03.11	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
9.	Формула полной вероятности. Независимые события	1			6.11-10.11	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
10.	Контрольная работа	1	1		13.11-17.11	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
11.	Комбинаторное правило умножения Перестановки и факториал	1			27.11-01.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
12.	Число сочетаний Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	1			04.12-08.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
13.	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха	1			11.12-15.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
14.	Серия независимых испытаний Бернулли Серия независимых испытаний. Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1	16.12-22.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
15.	Случайная величина Распределение вероятностей. Диаграмма распределения	1			25.12-29.12	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
16.	Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное	1			09.01-12.01.	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
17.	Случайные опыты и вероятности случайных событий. Серии независимых испытаний	1			15.01-19.01	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
18.	Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея)	1			22.01-26.01	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru

						http://mathnet.spb.ru
19.	Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1			29.01-02.02	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
20.	Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсии геометрического и биномиального распределения	1			05.02-9.02	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
21.	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1	12.02-16.02	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
22.	Закон больших чисел. Выборочный метод исследований	1			26.02-1.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
23.	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1	04.03-8.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
24.	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства	1		1	11.03-15.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
25.	Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности и свойства нормального распределения	1			18.03-22.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
26.	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1		1	25.03-29.03	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
27.	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Описательная статистика	1			01.04-5.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
28.	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Опыты с равновероятными элементарными событиями	1			15.04-19.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
29.	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Вычисление вероятностей событий с применением	1			22.04-28.04	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru

	формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера)					http://mathnet.spb.ru
30.	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера)	1			29.04-3.05	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
31.	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Случайные величины и распределения	1			06.05-10.05	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
32.	Повторение, обобщение и систематизация знаний. Математическое ожидание случайной величины	1			13.05-17.05	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
33.	Итоговая контрольная работа	1	1		20.05-24.05	https://resh.edu.ru www.school-collection.edu.ru http://mathnet.spb.ru
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		33	2	6		

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
ПРОЦЕССА
ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА**

Математика: Алгебра и начала анализа. Углублённый уровень: 11 класс: А. Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. — М.: Просвещение, 2021. — 255 с : ил. — (Российский учебник).

Математика: Геометрия. Углублённый уровень: 11 класс: А. Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. — М.: Просвещение, 2021. — 255 с : ил. — (Российский учебник).

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Математика: Алгебра и начала анализа. Углублённый уровень: 11 класс: методическое пособие / Е. В. Буцко, А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2020. — 80 с. : ил. — (Российский учебник).

Математика: Геометрия. Углублённый уровень: 11 класс: методическое пособие / Е. В. Буцко, А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — М.: Вентана-Граф, 2020. — 80 с. : ил. — (Российский учебник).